

Home Work

Consider the linear:

$$\text{Max } Z = 5 X_1 + 12 X_2 + 4 X_3$$

Subject to:

$$X_1 + 2 X_2 + X_3 \leq 10$$

$$2 X_1 - X_2 + 3 X_3 = 8$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- 1- Find its Dual Problem.
- 2- Solve The Two Problems with Primary simplex .

Solution

Standard Form:

$$\text{Max } Z = 5 X_1 + 12 X_2 + 4 X_3 + 0 S_1$$

$$X_1 + 2 X_2 + X_3 + S_1 = 10$$

$$2 X_1 - X_2 + 3 X_3 = 8$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1 \geq 0$$

Dual:

$$\text{Min } Z = 10 Y_1 + 8 Y_2$$

$$Y_1 + 2 Y_2 \geq 5 \quad X_1$$

$$2 Y_1 - Y_2 \geq 12 \quad X_2$$

$$Y_1 + 3 Y_2 \geq 4 \quad X_3$$

$$Y_1 \geq 0 \quad S_1$$

Y_2 is unrestricted,

2-Solve The Two Problems with Primary simplex .

Standard Form for Primal:

$$\text{Max } Z = 5 X_1 + 12 X_2 + 4 X_3 + 0 S_1$$

$$X_1 + 2 X_2 + X_3 + S_1 = 10$$

$$2 X_1 - X_2 + 3 X_3 = 8$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1 \geq 0$$

هبدأ أكون جدول الـ **Simplex** .. هاخذ معاملات الـ **Variables** اللي فى الـ **Objective fun.** بأشارة مخالفة وهحطها فى **Z- row** و بعد كده معاملات الـ **Constraint** بأشارتهم فى صف الـ **S1** .

حطيت المعاملات بتاعت الـ **Constraints** والـ **Objective fun.** وباقى الخانات مليتها بالقاعدة المعروفة **S1** مع **S1** بواحد وباقى العمود بأصفار

المسألة عندى **Max** يعنى عايز أخلى صف الـ **Z** كله صفر وموجب.

هبدأ بتحديد الـ **Entering variable** وهو الـ **More negative** فى عمود الـ **Z** اللي هو هيبقى عندى **-12** اللي هو **X2** .

بعد كده هحدد الـ **leaving Variable** وهو الصف اللي له أقل **Ratio** طب هجيب الـ **Ratio** منين ؟ هقوم بقسمة القيم اللي موجودة فى عمود الـ **Solution** على الـ **Entering Variable** وأقل قيمة هبقى هو ده الـ **Leaving Variable** مع مراعاة إن مفيش **Ratio** سالب ولا صفر.

الـ **Leaving Variable** عندى هنا هو الـ **S1** علشان مفيش غيره.

Basic	X1	X2	X3	S1	Sol.	Ratio
Z	-5	-1/2	-4	0	0	
S1	1	2	1	1	10	5
Z	1	0	2	6	60	
X2	1/2	1	1/2	1/2	5	

وصلت صف الـ **Z** كله إلى صفر وموجب ببقى هو ده الـ **Optimal Solution** .

Optimal Solution:

$$Z^* = 60$$

$$X_2^* = 5$$

Standard Form For Dual:

$$\text{Min } Z = 10 Y_1 + 8 Y_2 - S_1 - S_2 - S_3 - S_4$$

$$Y_1 + 2 Y_2 - S_1 = 5$$

$$2 Y_1 - Y_2 - S_2 = 12$$

$$Y_1 + 3 Y_2 - S_3 = 4$$

$$Y_1 - S_4 = 0$$

$$Y_1, Y_2, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0$$

Basic	Y1	Y2	S1	S2	S3	S4	Sol.	Ratio
Z	-10	-8	0	0	0	0	0	
S1	1	1	1	1	0	0	5	
S2	2	-1	0	0	0	0	12	
S3	1	3	0	0	1	0	4	
S4	1	0	0	0	0	1	0	

المسألة Min وعمود الـ Z كله صفر وسالب يبقى هو ده الـ **Optimal Solution** .

Best Wishes